

Aufgabe 1:

Der Lehrling Jürgen soll täglich für den Biernachschub für die Kollegen auf der Baustelle sorgen.

Normalerweise wird der sehr günstige Getränkeshändler bevorzugt, bei dem eine Kiste Bier (20 Flaschen + Rahmen) mit 3,10 EUR Pfand insgesamt nur 9,10 EUR kostet.

Auf der Baustelle sind eines Tages nur noch 8 Flaschen vorhanden, die keinesfalls mehr für diesen Tag ausreichen. Benötigt werden insgesamt mindestens 20 Flaschen.

Ausgerechnet an diesem Tag hat der Getränkeshändler geschlossen. Jürgen muss also an die Tanke. Dort kostet eine Einzelflasche Bier incl. 0,08 EUR Pfand 1,38 EUR. Würde Jürgen eine ganze Kiste (20 Flaschen + Rahmen) nehmen, so würde diese incl. 3,10 EUR Pfand 19,10 EUR kosten.

Jürgen fragt sich nun, ob es günstiger ist nur so viele Einzelflaschen zu kaufen, dass der Biervorrat für diesen Tag aufgefüllt ist und er am Folgetag auf das günstige Angebot des Getränkeshändlers zurückgreifen könnte. Oder wäre es günstiger gleich eine ganze Kiste mitzunehmen?

Wie viele der teureren Einzelflaschen könnte Jürgen maximal mitnehmen, ohne dadurch finanziell unnötig benachteiligt zu sein?

Sie dürfen davon ausgehen, dass Jürgen umweltbewusst ist und bereits leere Pfandflaschen stets zurückgibt.

a) Berechnen Sie die Lösung allgemein ohne Berücksichtigung der konkret angegebenen Zahlen. Geben Sie bitte den Rechenweg an und benennen Sie, welche Bedeutung die von Ihnen verwendeten Variablen haben. (8 Punkte)

b) Berechnen Sie die maximale Anzahl der zu kaufenden Einzelflaschen mit Hilfe Ihrer Formel für diesen konkreten Fall. Geben Sie Jürgen einen Rat und begründen Sie diesen. (2 Punkte)

Abstinenzler dürfen gerne auch mit alkoholfreiem Bier oder mit Sprudel rechnen.

Motivation:

Weil laut Aufgabe Jürgen ein umweltbewusster Mensch ist, spielt der Pfandpreis hier keine Rolle. Der Pfandbetrag kann direkt von den angegebenen Preisen (die ja Pfand enthalten) abgezogen werden und muss nicht berücksichtigt werden.

Im Großhandel zahlt Jürgen für die Kiste (ohne Pfand) $9,10 - 3,10 = 6$ EUR, also 0,30 EUR pro Flasche

In der Tanke zahlt Jürgen für eine Einzelflasche ohne Pfand also $1,38 - 0,08 = 1,30$ EUR.

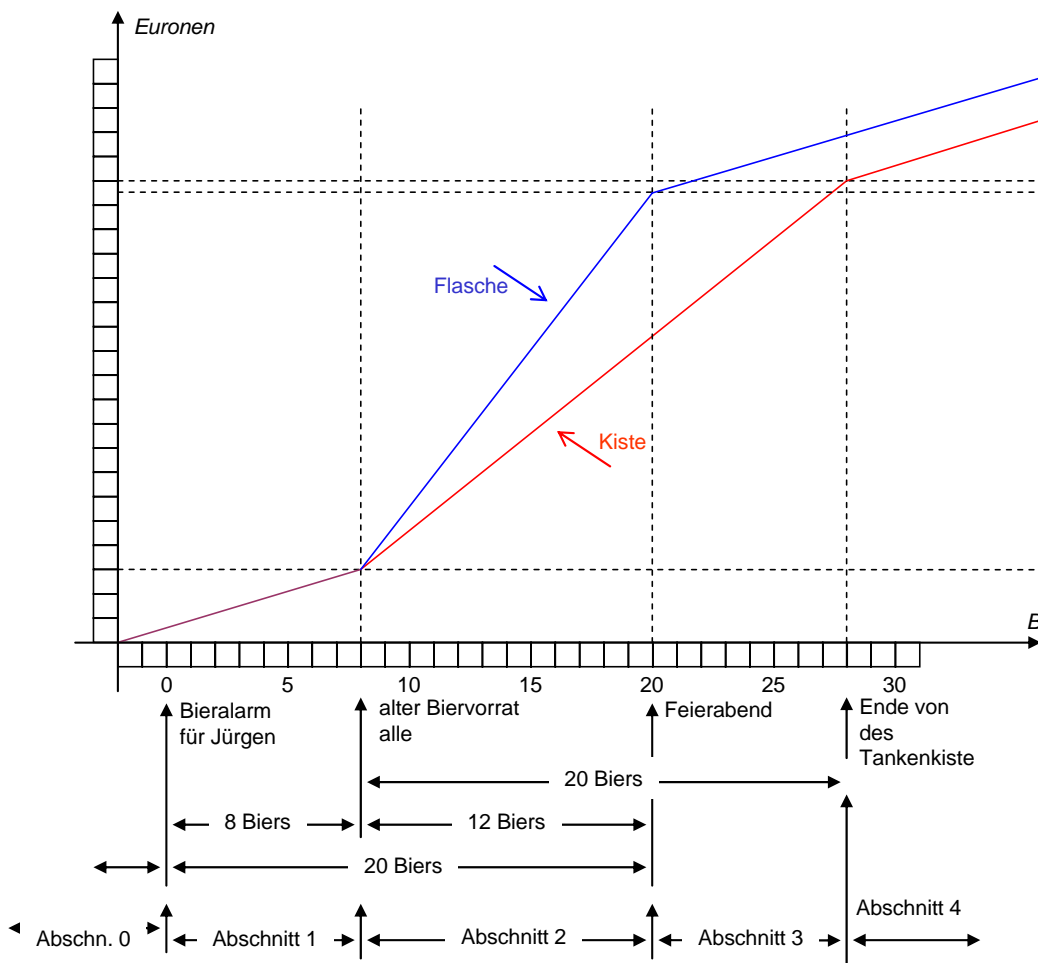
Wenn Jürgen in der Tanke eine ganze Kiste kauft, dann beträgt der Preis für 20 Flaschen ohne Pfand also $19,10 - 3,10 = 16$ EUR bzw. 0,80 EUR pro Flasche.

Laut Aufgabe sind noch 8 Flaschen da und es werden eigentlich 20 Flaschen benötigt. Jürgen steht also vor der Entscheidung ob er 12 Einzelflaschen zukauft und dafür $1,30 \times 12 = 15,60$ EUR (für den reinen Bierpreis) zahlt oder ob er besser gleich eine ganze Kiste nimmt, wo er für 20 Flaschen (für den reinen Bierpreis) 16 EUR bezahlt.

Bereits jetzt ist klar, dass Jürgen preislich besser steht, wenn er in der Tanke gleich eine ganze Kiste nimmt, denn dann hat er 8 Flaschen mehr als er benötigt und die er in der Folgezeit nicht beim Großhändler holen muss. Das erspart ihm also in der Folgezeit $8 \times 0,30$ EUR = 2,40 EUR. Das ist auch genau der Betrag, den Jürgen in seiner spontanen Überlegung langfristig gespart hat.

Warum das für Jürgen insgesamt besser ist wird dann klar, wenn man die Kosten pro Bier graphisch darstellt. Dabei müssen wir allerdings die Zeiteinheit *Biers* einführen ;-)

Auf der folgenden Seite die graphische Darstellung:



Das ist aber nicht die Antwort auf die Frage!

Um das Bierproblem etwas deutlicher zu machen lassen wir den Biervorrat von Jürgen von 8 Flaschen auf 12 Flaschen ansteigen und ändern diese Werte in der Aufgabenstellung.

Nun muss Jürgen also nur noch mindestens 8 Flaschen nachkaufen.

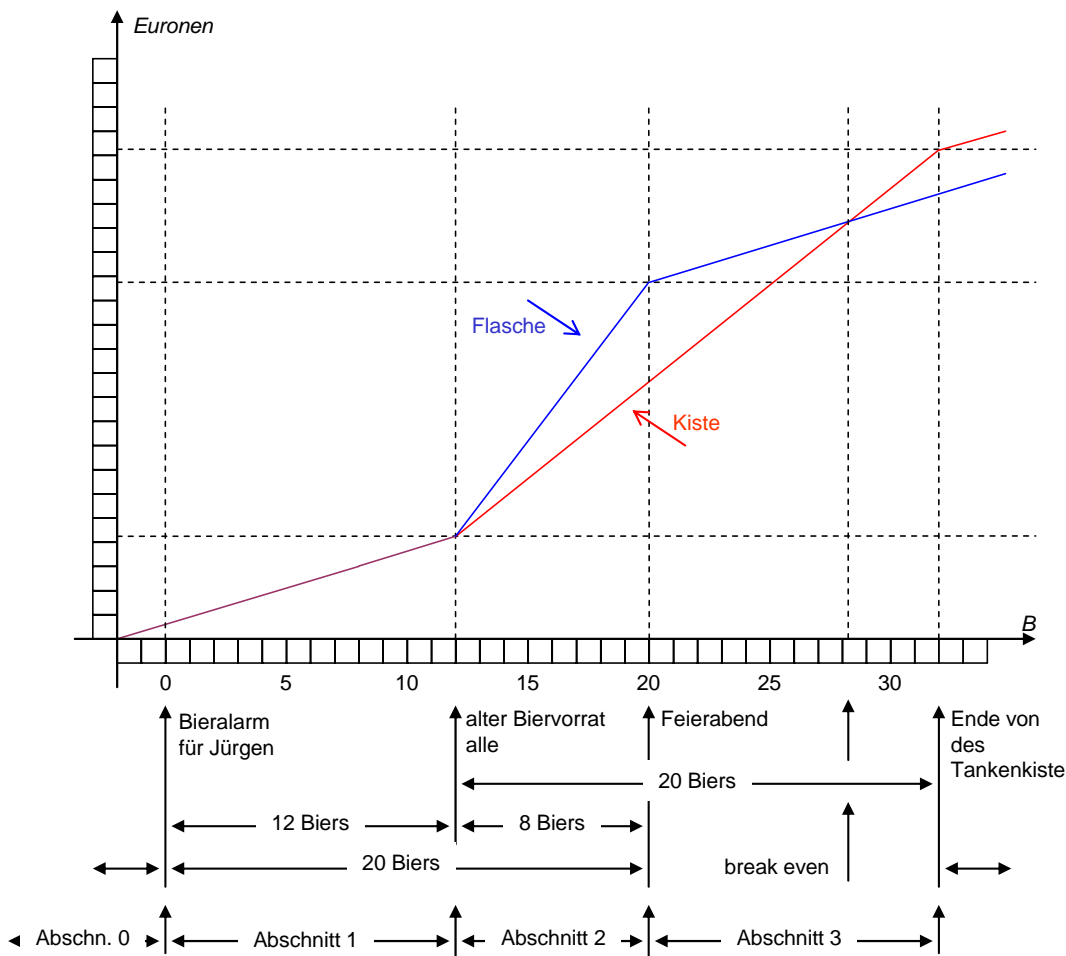
Schauen wir uns wieder die Kostenentwicklung an:

Jürgen gibt jetzt schlauerweise nur $8 \times 1,30 \text{ EUR} = 10,40 \text{ EUR}$ für Einzelflaschen aus und das nachgekaufte Bier wird für den Tag reichen.

Hätte er 20 Flaschen a 0,80 EUR gekauft, so würde er dafür 16,00 EUR ausgegeben haben und einen gewissen (12 Flaschen) Vorrat haben. Er hätte sich in der Folgezeit also $12 \times 0,30 \text{ EUR} =$ gespart. Damit könnte er von den 16 EUR also 3,60 abziehen. Damit wäre er bei einem virtuellen Preis von 12,40 EUR – Damit ist dieser virtuelle Preis der Kiste um 2,00 EUR teurer als wenn er Einzelflaschen gekauft hätte?!?!?

Dieses Geld (und es ist im Vergleich nicht grad wenig) wird ihm ewig fehlen.

Wie interpretieren wir das graphisch?



Analyse der Kostenfunktion:

- Im Abschnitt 1 kann es keine Unterschiede geben, da wir ja noch von den von Jürgen gehorteten Biervorräten leben und die „Kurven“ zwangsläufig identisch sind. Die Steigung beträgt hier $0,30\text{€}/\text{Bier}$
- Im Abschnitt 2 kann auch noch nichts passieren, denn die Steigung der Einzelflaschen ist konstant größer als die der in der Kiste gekauften Flaschen. Der Zeitpunkt des Vorratsbierendes ist ebenfalls identisch.
- Im Abschnitt 3 kann aber etwas passieren, denn die Steigung der teureren Flaschen fällt früher als die der teureren. Es kann hier zu einem Schnittpunkt kommen (Was ja in Bsp. 2 auch passiert – In Bsp. 1 aber nicht)
- Im Abschnitt 4 kann es keine Schnittpunkte mehr geben, weil die Teilgeraden wieder identische Steigungen haben und deshalb parallel verlaufen müssen.

Die Lösung kann nur in Abschnitt 3 liegen und genau dafür brauchen wir die Gleichungen. Steigung und Ursprung (vom Abschnitt 3) haben wir halbwegs formell erfasst, also was soll's?

Was bedeutet der Schnittpunkt im zweiten Bild? Der Schnittpunkt bedeutet, dass exakt an diesem Punkt beide Varianten gleich viel kosten.

Auf neudeutsch darf man das auch als Break Even (oder auf Deutsch: Gewinnschwelle) bezeichnen. Besonders Neudeutsche bezeichnen es auch als „Crossover“.
So einen Punkt muss es nicht geben (siehe Bild 1). Es liegt an dir, den (falls vorhanden) herauszufinden.

Dummerweise kann man aber in der Tanke nur Einzelflaschen kaufen oder eben gleich ne ganze Kiste – Und damit wir die Lösung ganzzahlig. Und weil es so ist, muss man die Steigung des Paketpreises halt hinnehmen, bis das Paket leer ist.

Du siehst also, dass so was für die Kostenrechnung nicht ganz unnütz sein kann. Um mal kurz (aber nur kurz) vom Thema Bier weg zu kommen.

Du brauchst für einen Kunden dringend Steckdosen, aber dein günstiger Haus und Hoflieferant kann derzeit nicht liefern. Du hast aber einen teureren Anbieter an der Hand, der Mindermengenzuschlag erhebt, aber im Paket etwas billiger ist.

Ab wann lohnt es sich einzelne Steckdosen zu kaufen und wann wäre das Paket für dich insgesamt günstiger?

Das ist exakt dieselbe Aufgabe!

Deshalb wurde ja auch in der Aufgabe darauf hingewiesen, dass man die Formel allgemein herleiten soll. Dann kann man die Eckdaten individuell einsetzen und bekommt sofort das richtige Ergebnis!

Und wenn man Jürgen in seinem Fall einen Rat geben soll? Er soll ne Kiste kaufen, denn dann kommt er letztendlich billiger weg. Zudem hat er dann die Forderung „*mindestens*“ eingehalten.

Außerdem soll er weniger saufen, dann stellt sich das Problem nicht und er kann besser rechnen ;-) Dann weiß er auch, wann es günstiger ist Einzelflaschen in der Tanke zu holen.

Glaub mir, das kannst Du! Du musst dich nur etwas anstrengen. Von alleine stirbt man vielleicht, für alles Andere muss man was tun – Außer vielleicht für Pickel im Gesicht oder ne plötzlich böse Frau – Die kommen von alleine!

Glaub mir etwas Kostenrechnung und die dazugehörige Mathematik gehören einfach zum Leben. Besonders wenn man als Elektriker sein Leben bestreiten will.

Wenn an deinem Lösungsvorschlag was falsch ist, dann ist das nicht schlimm. Dann sieht man wenigstens, woran es hapert.

Und nun auf, es ist an dir, es ist eine ganz einfache lineare Gleichung.
Eine geschlossene Lösung will ich aber noch sehen, d.h. einfach Fixkosten einsetzen und gucken, wann Einzelkauf und wann Paketkauf langfristig billiger ist.
Mathematik ist wichtig – Auch wenn man es kaum glauben mag!

Oh wie kompliziert es doch sein kann, wenn man doch nur ein paar Biers braucht ☺

Vaneesh (alias Uli - genaue rechnerische Lösung auf Anfrage)